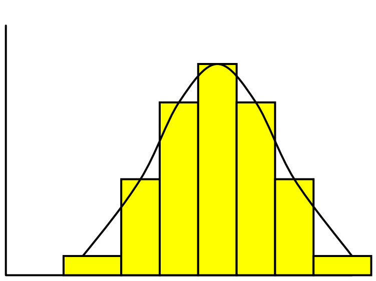
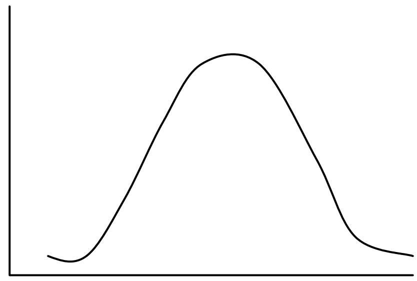
ESTADÍSTICA

DISTRIBUCIONES CONTINUAS

DISTRIBUCIONES CONTINUAS





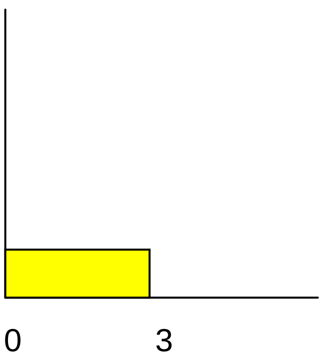
El diagrama de la izquierda indica una distribución de frecuencias relativas. El diagrama de la derecha proporciona una idea intuitiva de distribución de probabilidad continua.
Sabemos que la suma de todas las frecuencias relativas en una distribución de frecuencias es igual a la unidad. Análogamente, se verifica que la suma de todas las probabilidades de una distribución de probabilidad también es igual a la unidad.

Función de densidad

Se denominan funciones de densidad de una variable aleatoria continua X (x representa valores particulares de la variable aleatoria X), a aquellas funciones que cumplen:

- $f(x) \geq 0$, para todo punto del intervalo en que está definida.
- El área encerrada bajo la curva de la función $y = f(x)$ es igual a la unidad.

Ejemplo:
En un taller de piezas de precisión, una vez terminada una pieza se analiza la medida longitudinal para averiguar si tiene algún error, siendo el error máximo permitido 3 micras. La distribución de los errores de las medidas es uniforme en el intervalo [0,3]; es decir constante para todo el intervalo.
Queda claro por el enunciado que no es posible que exista un error negativo; por tanto, si representamos por f(x) esta función tendremos que $f(x)=0$ sí $x<0$.
No es posible que exista una pieza con error en la medida superior a 3μ, luego se cumple que $f(x)=0$ si $x>3$.
Para los puntos del intervalo [0,3], las ordenadas son constantes e iguales a f(x).



La representación gráfica de la función f(x) es la de la figura, quedando sin fijar la ordenada; como suponemos que el área de la figura debe de ser la unidad, la altura es igual por lo tanto a 1/3.

$$f(x) \quad \begin{cases} 0 & x<0 \\ 1/3 & 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & 3 < x \end{cases}$$

Función de distribución

Consideremos la función siguiente:

$$F(x) \quad \begin{cases} 0 & x<0 \\ x/3 & 0 \leq x \leq 3 \\ 1 & 3 < x \end{cases}$$

Si nos fijamos en esta función y la función de densidad del apartado anterior nos daremos cuenta que la derivada de la función F(x) es la función f(x), o dicho de otra forma F(x) es la integral de f(x).
Estas funciones así obtenidas a partir de la función de densidad, y en estas condiciones se llaman funciones de distribución.
La función de distribución proporciona la probabilidad acumulada hasta un determinado valor de la variable, es decir:
$F(x)= p(X \leq x)$.
Propiedades de las funciones de distribución:

- Puesto que F(x) es el valor de la probabilidad, se verifica que: $0 \leq F(x) \leq 1$
- La función de distribución F(x) es nula para todo valor de x anterior al menor valor de la variable aleatoria.
- La función de distribución F(x) es igual a la unidad para todo valor de x posterior al mayor de la variable aleatoria.
- La función F(x) es creciente.

Media, varianza y desviación típica de una variable aleatoria continua

$$\mu = \int_a^b x.f(x).dx$$

$$\sigma^2 = \int (x-\mu)^2 . f(x).dx$$

Siendo μ la media, σ^2 la varianza y σ la desviación típica, es decir, la raíz cuadrada de la varianza.