MATEMÁTICAS

PROGRAMACIÓN LINEAL

PROGRAMACIÓN LINEAL

La programación lineal trata de ayudar a conseguir gráficamente la solución a un problema.

Dicho problema trata de optimizar (maximizar ó minimizar) una función. Esta función se llamará **función objetivo**. Para resolver este problema se dan unos datos que vienen determinados por inecuaciones y que se llaman **restricciones del problema.** El conjunto de valores que hacen posible todas las inecuaciones se denomina **región factible**.

Si sustituimos los extremos de la región factible en la función objetivo tendremos distintos valores entre ellos un valor máximo y otro mínimo. Según lo que queramos optimizar elegiremos uno u otro.

Vamos a intentar entenderlo con un ejemplo:

Una fábrica de bombones tiene almacenados 500 Kg. de chocolate, 100 Kg. de almendras y 85 Kg. de frutas. La fábrica produce dos tipos de cajas de bombones: la de tipo A contiene 3 Kg. de chocolate, 1 Kg. de almendras y 1 Kg. de frutas; la de tipo B contiene 2Kg. de chocolate, 1,5 Kg. de almendras y 1 Kg. de frutas. Los precios de las cajas de tipo A y B son 8 euros y 8,5 euros.

¿Cuántas cajas debe de fabricar de cada tipo para maximizar su venta?

	CAJA A	**CAJA B**	**EXISTENCIAS**
CHOCOLATE	3	2	500
ALMENDRA	1	1,5	100
FRUTA	1	1	85
PRECIO	8	8,5	

Vamos a considerar **x** el número de cajas del tipo A e **y** el número de cajas del tipo B.

La función que queremos optimizar (en este caso maximizar) es la función ventas, es decir:

$$z = 8x+8,5y$$

Las restricciones vienen determinadas por las existencias, es decir, no puedo usar más chocolate ó almendra o fruta de la que tengo. Por tanto:

$$3x+2y\leq 500$$
$$x+1,5y\leq 100$$
$$x+y\leq 85$$

También tendremos en cuenta que o vendo cajas de bombones ó no las vendo, pero no puede haber cajas negativas, por tanto tendremos también de restricción:

$$x\geq 0$$
$$y\geq 0$$

Una vez que tenemos las restricciones, las representamos. Para ello representamos las inecuaciones como si fueran ecuaciones, y una vez representadas las rayamos en la dirección que nos indique el signo de la inecuación.

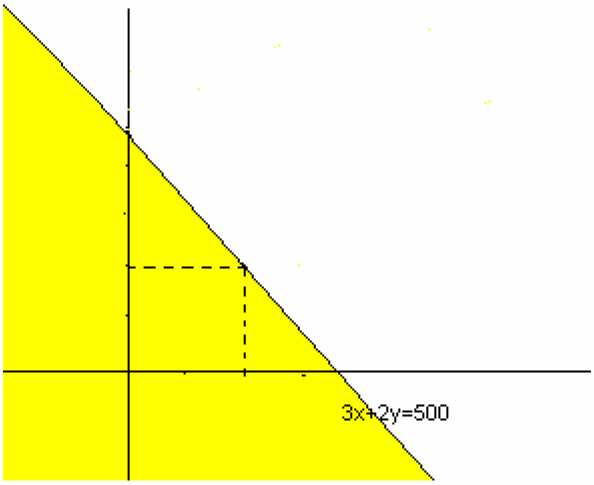
Vamos a intentarlo con una de las inecuaciones, por ejemplo:

$$3x+2y\leq 500$$

Representamos 3x+2y=500

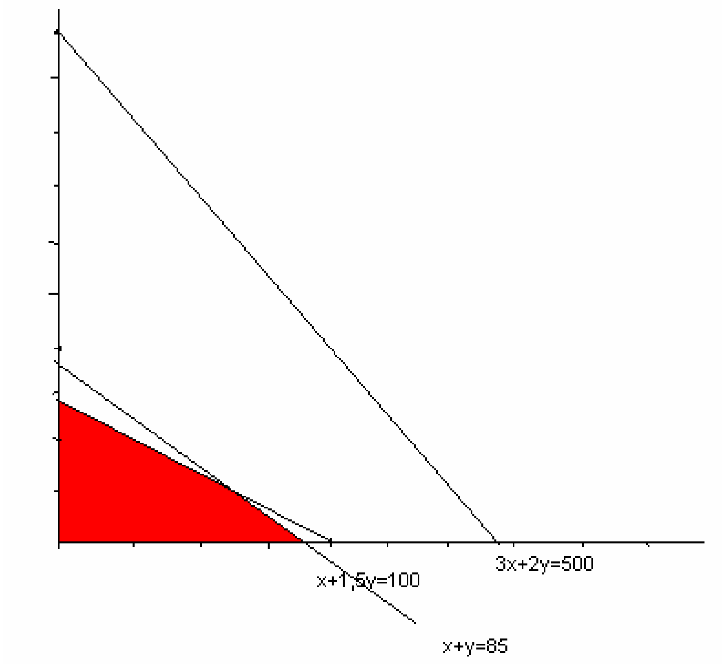
x	y
100	100
0	250

Una vez representada la recta, rayamos en la dirección válida. En este caso nosotros queremos que **3x+2y≤500** la recta marca el igual, si no sabemos en que dirección rayar, elegimos un punto que esté por encima o por debajo de la recta, si cumple la inecuación rayamos en esa dirección y si no la cumple en la dirección contraria.



En este caso puedo elegir el punto (0,0), lo sustituyo en la inecuación 3.0+2.0≤500 → 0≤500 Como podemos ver esta inecuación es cierta por tanto rayamos en la dirección del punto que elegimos, en este caso el (0,0)

Haremos lo mismo con cada inecuación, y consideraremos como válida la región donde nos coincidan los rayados de todas las funciones, que como ya dije se llamará región factible. Ahora sería necesario encontrar los puntos que delimitan la región factible (coloreada en rojo).



Estos puntos son:

A= Punto de intersección del eje y con la recta x+1,5y=100

B= Punto de intersección de las rectas x+1,5y=100 y la recta x+y=85

C= Punto de intersección de la recta x+y=85 y el eje x.

Resolvemos los sistemas generados para cada punto. Es decir:

$$\left.\begin{array}{l} x+1{,}5y=100 \\ x=0 \end{array}\right\} \Rightarrow A\left(0,\frac{200}{3}\right)=\left(0{,}66{,}\widehat{6}\right)$$

$$\left.\begin{array}{l} x+1{,}5y=100 \\ x+y=85 \end{array}\right\} \Rightarrow B(55{,}30)$$

$$\left.\begin{array}{l} x+y=85 \\ y=0 \end{array}\right\} \Rightarrow C(85{,}0)$$

Como la función que queremos maximizar es: **z = 8x+8,5y.** Sustituimos esos puntos en dicha función. Aquel que nos dé el máximo valor será el número de cajas que tenemos que fabricar de cada tipo para maximizar las ventas.

$$A\left(0,\frac{200}{3}\right) \Rightarrow z_A = 8.0+8{,}5.\frac{200}{3}=566{,}\widehat{6}$$

$$B(55{,}30) \Rightarrow z_B = 8.55+8{,}5.30=695$$

$$C(85{,}0) \Rightarrow z_C = 8.85+8{,}5.0=680$$

El valor máximo de ventas será cuando fabriquemos 55 cajas del tipo A y 30 cajas del tipo B.