



Educaguía
.com

ESTADÍSTICA

PROBABILIDAD

PROBABILIDAD

Al considerar un suceso correspondiente a un determinado fenómeno aleatorio, se diferencian dos tipos de sucesos elementales:

Casos favorables: Son los sucesos elementales en los que puede descomponerse el suceso dado, es decir, los sucesos que resultan válidos a nuestra experiencia..

Casos posibles: Son los sucesos elementales en los que puede descomponerse el suceso seguro correspondiente, es decir, todos los sucesos válidos o no a nuestra experiencia.

Por ejemplo: Suponemos el suceso “sacar una sota de la baraja española”, entre los casos favorables incluiríamos las 4 sotas de la baraja, ya que ese es nuestro suceso; entre los casos posibles incluiríamos las 40 cartas de la baraja ya que al sacar una carta siempre podremos sacar cualquiera que pertenezca a la baraja.

Probabilidad

Probabilidad de un suceso es el cociente que resulta de dividir el número de casos favorables entre el número de casos posibles.

$$P(A) = \frac{n}{N}$$

n= número de casos favorables

N= número de casos posibles

Propiedades de la Probabilidad

- La probabilidad de un suceso cualquiera está comprendida entre 0 y 1.
- La probabilidad del suceso imposible es nula.
- La probabilidad del suceso seguro es la unidad.
- Si A es un subsuceso de B y además son distintos, la probabilidad del suceso A es menor que la del suceso contrario.
- La probabilidad de un suceso más la probabilidad del contrario es igual a la unidad.
- Si la probabilidad de un suceso es p, la probabilidad de realización de su contrario, que se representa por q, es: $q = 1 - p$

Probabilidad de la Unión de Sucesos

Distinguiremos dos casos:

- Cuando los sucesos son incompatibles.
- Cuando los sucesos son compatibles.



Probabilidad de la unión de sucesos incompatibles:

Si A y B son dos sucesos incompatibles de un mismo experimento aleatorio, se verifica que la probabilidad de la unión de A y B es igual a la suma de las probabilidades de cada uno de ellos.

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$

Probabilidad de la unión de sucesos compatibles

Si A y B son dos sucesos compatibles de un mismo experimento aleatorio, se verifica que la probabilidad de la unión de A y B es igual a la suma de las probabilidades de cada uno de ellos, menos la probabilidad del suceso intersección de A y B:

$$P(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

Probabilidad Condicionada

Se llama probabilidad condicionada del suceso B respecto del suceso A, y la denotamos $p(B/A)$, al cociente siguiente:

$$p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

Sucesos Dependientes e Independientes

Dos sucesos A y B son independientes si $p(B) = p(B/A)$

Dos sucesos A y B son dependientes si $p(B) \neq p(B/A)$

Cuando las extracciones se realizan con devolución o reemplazamiento los sucesos son independientes, en caso contrario son dependientes.

Probabilidad Compuesta

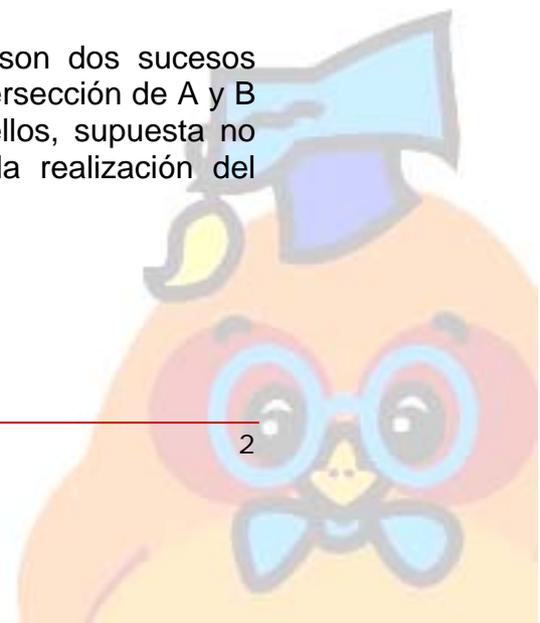
Distinguiremos dos casos:

- Cuando los sucesos son independientes.- si A y B son dos sucesos independientes, se verifica que la probabilidad de la intersección de A y B es igual al producto de las probabilidades de cada uno de ellos:

$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$$

- Cuando los sucesos son dependientes.- si A y B son dos sucesos dependientes, se verifica que la probabilidad de la intersección de A y B es igual al producto de la probabilidad de uno de ellos, supuesta no nula, por la probabilidad del otro condicionada a la realización del anterior:

$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B/A)$$



Probabilidad Total

Sea A un sistema de sucesos cuya probabilidad es distinta de cero, y sea B un suceso cualquiera del que se conocen las probabilidades condicionales $P(B/A)$, entonces la probabilidad del suceso B viene dada por la expresión.

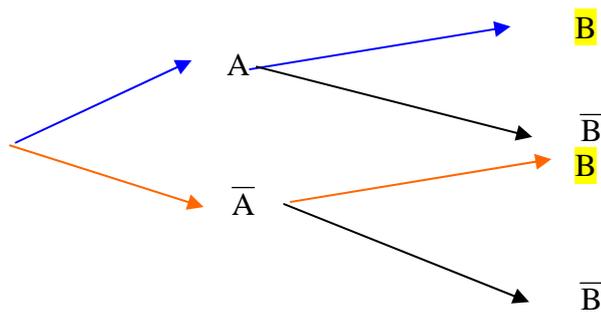
$$P(B) = P(A).P\left(\frac{B}{A}\right) + P(\bar{A}).P\left(\frac{B}{\bar{A}}\right)$$

Por ejemplo vamos a suponer que se puede dar el caso de que se pueda dar el suceso A o no darse el suceso A, habiéndose dado el suceso A puede darse o no el suceso B, y no habiéndose dado A puede darse o no el suceso B

Para saber cual es la probabilidad de que se cumpla ese suceso B, tenemos que fijarnos en que situaciones se nos da. En este caso tenemos que para llegar a B podemos seguir la línea azul o la línea roja.

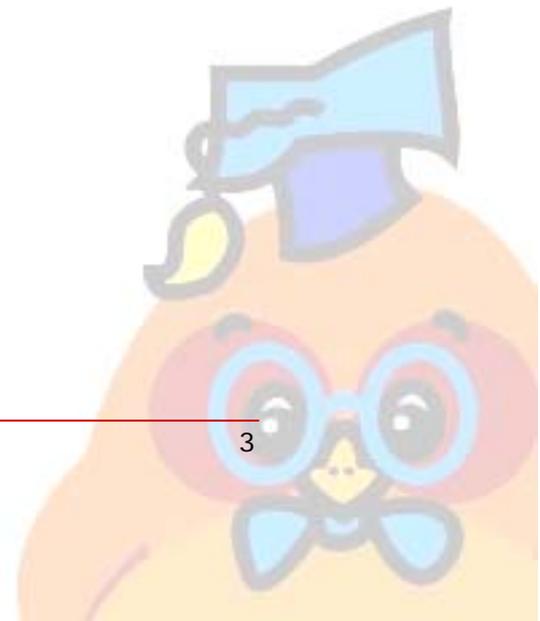
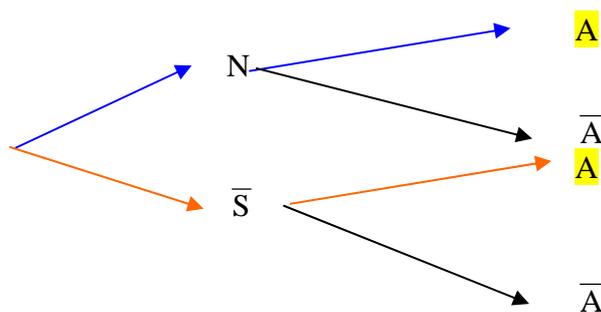
Si seguimos la línea azul se cumple: que se dé el suceso A y una vez conseguido el suceso A se dé también el B.

Si seguimos la línea roja se cumple: que no se dé el suceso A y una vez conseguido que no se dé el suceso A que se dé el B



$$P(B) = P(A).P\left(\frac{B}{A}\right) + P(\bar{A}).P\left(\frac{B}{\bar{A}}\right)$$

Ejemplo: Sabemos que la probabilidad de que un coche tenga accidente un día nublado es de 0,09 y en día soleado de 0,005. Durante 10 días hubo 7 días soleados y 3 nublados. ¿Cuál es la probabilidad de que haya habido un accidente?



Por el enunciado deducimos que:

- la probabilidad de día nublado es $P(N)=0,3$
- la de día soleado es $P(S)=0,7$
- la probabilidad de que un día nublado haya accidente $P(A/N)=0,09$
- la probabilidad de que un día nublado no haya accidente $P(\bar{A}/N)=0,91$ (Suceso contrario al anterior)
- la probabilidad de que un día soleado haya accidente $P(A/S)=0,005$
- la probabilidad de que un día soleado no haya accidente $P(\bar{A}/S)=0,995$ (suceso contrario al anterior)

$$P(A) = P(N).P(A/N) + P(S).P(A/S) = 0,3.0,09 + 0,7.0,005 = 0,9695$$

Teorema de Bayes

Sea A un sistema completo de sucesos, cuya probabilidad es distinta de cero, y sea B un suceso cualquier del que se conocen las probabilidades condicionales $P(B/A)$ entonces la probabilidad $P(A/B)$ viene dada por la expresión.

$$P(B/A) = \frac{P(A).P(A/B)}{P(A).P(A/B) + P(\bar{A}).P(\bar{A}/B)}$$

Para poder saber cuando aplicar Bayes tenemos que fijarnos la forma en que se hace la pregunta.

Cuando se nos hace la pregunta de atrás hacia delante en lugar de probabilidad total, aplicamos Bayes. Es decir, en el ejemplo anterior nos afirman que hay accidente, y nos preguntan cual es la probabilidad de que haya sido un día soleado.

Tenemos que pensar que no deja de ser la aplicación de probabilidad es decir, casos favorables entre casos posibles.

En este caso los casos favorables son los días soleados y en los que hubo accidente y los casos posibles serían todos en los que hubo accidente (probabilidad total).

$$P(S/A) = \frac{P(S).P(A/S)}{P(S).P(A/S) + P(N).P(A/N)} = \frac{0,7.0,005}{0,7.0,005 + 0,3.0,09} = 0,114$$

