MATEMÁTICAS

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS POR EL MÉTODO DE GAUSS

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS POR EL MÉTODO DE GAUSS

Para resolver sistemas de ecuaciones, hasta ahora utilizábamos los métodos de igualación, sustitución y reducción.
A partir de ahora vamos a empezar a utilizar un método que nos agilizará el trabajo, teniendo en cuenta que, en muchos casos, el número de ecuaciones y de incógnitas va a verse incrementado y por tanto los métodos antes mencionados nos van a resultar lentos o laboriosos. El método al que me refiero es el de **Gauss**.
Dicho método consiste en hacer reducciones sucesivas, de tal forma que el sistema quede triangulado (conseguir que de la diagonal hacia abajo nos queden ceros).
Para verlo con claridad lo haremos con un ejemplo:

$$\left.\begin{array}{l} x+2y-2z=5 \\ 2x+3y+5z=3 \\ 3x-2y+z=-2 \end{array}\right\}$$

Supongamos el sistema anterior. Para facilitar el trabajo lo vamos a escribir en forma de matriz, así solamente veremos los coeficientes de las incógnitas y los términos independientes, que realmente es lo que nos interesa.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 3 \\ 3 & -2 & 1 & -2 \end{array}\right)$$

La parte marcada es la que consideramos la diagonal principal, por tanto

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 3 \\ 3 & -2 & 1 & -2 \end{array}\right)$$

La parte marcada ahora es la que vamos a triangular, es decir, conseguir que nos queden ceros.
Para ello hacemos lo siguiente:
Dejamos fija la primera fila (dicha fila no se varía, pero si se usa para operar), y sacamos ceros en los elementos de la primera columna que no pertenezcan a dicha fila, es decir, los números marcados,

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 3 \\ 3 & -2 & 1 & -2 \end{array}\right)$$

Para conseguirlo vamos a hacer las siguientes operaciones:

(-2) x 1ª Fila + 2ª Fila
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 9 & -7 \\ 3 & -2 & 1 & -2 \end{array}\right)$$

(-3) x 1ª Fila + 3ª Fila
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 9 & -7 \\ 0 & -5 & 7 & -17 \end{array}\right)$$

Una vez anulados los elementos de la primera columna, dejaremos fija la segunda fila y pasaremos a eliminar los elementos de la segunda columna y así sucesivamente hasta conseguir la triangulación de la que hablábamos al principio.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 9 & -7 \\ 0 & -5 & 7 & -17 \end{pmatrix}$$

El número rodeado es el que vamos a anular ahora. Para conseguirlo hacemos las siguientes operaciones:

5 x 2ª Fila + 3ª Fila
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 9 & -7 \\ 0 & 0 & 52 & -52 \end{array}\right)$$

Columna de la x
Columna de la y
Columna de la z
Columna del término independiente

Cogiendo la última fila, obtenemos:

$$52z = -52 \Rightarrow z = \frac{-52}{52} \Rightarrow z = -1$$

Cogiendo la segunda fila obtenemos:

$$y + 9z = -7 \Rightarrow y + 9(-1) = -7 \Rightarrow y - 9 = -7 \Rightarrow y = -7 + 9 \Rightarrow y = 2$$

Cogiendo la primera fila obtenemos:

$$x + y - 2z = 5 \Rightarrow x + 2 - 2(-1) = 5 \Rightarrow x + 2 + 2 = 5 \Rightarrow x = 5 - 2 - 2 \Rightarrow x = 1$$

De esta forma conseguimos resolver el sistema planteado